Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Testul 10

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(3+\sqrt{5}\right)^2-\sqrt{5}\left(6+2\sqrt{5}\right)=9+6\sqrt{5}+5-6\sqrt{5}-10=$	**3p**
	$=14-10=4$	**2p**
2.	$f(x)=g(x)\Leftrightarrow 5x+1=3x-1\Leftrightarrow 2x=-2$	**3p**
	Abscisa punctului de intersecție este $x=-1$	**2p**
3.	$2^{x+4}=2^{2(x+3)}\Leftrightarrow x+4=2x+6$	**3p**
	$x=-2$	**2p**
4.	$360+\frac{15}{100}\cdot 360=$	**2p**
	$=360+54=414$ lei	**3p**
5.	$M(2,0)$	**2p**
	$m_{AM}=-\frac{3}{4}$, $m_{MC}=\frac{4}{3}$, de unde obținem $m_{AM}\cdot m_{MC}=-1$, deci triunghiul AMC este dreptunghic	**3p**
6.	$\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$, $\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$	**2p**
	$\frac{BC}{\sin A}=\frac{AC}{\sin B}\Leftrightarrow\frac{4}{\frac{1}{2}}=\frac{AC}{\frac{\sqrt{2}}{2}}\Leftrightarrow AC=4\sqrt{2}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}3 & -4\\ -2 & 3\end{vmatrix}=3\cdot 3-(-4)\cdot(-2)=$	**3p**
	$=9-8=1$	**2p**
b)	$B\cdot B=\begin{pmatrix}1+x & -2x\\ -2 & x+1\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\begin{pmatrix}1+x & -2x\\ -2 & x+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & -4\\ -2 & 3\end{pmatrix}$, de unde obținem $x=2$	**2p**
c)	$\det B=1-x\Rightarrow\det\left(B+(\det B)A\right)=\begin{vmatrix}-3x+2 & 5x-4\\ 2x-1 & -3x+2\end{vmatrix}=-x^2+x$, pentru orice număr real x	**3p**
	$-x^2+x=0$, de unde obținem $x=0$ sau $x=1$	**2p**
2.a)	$(-8)\circ 2=-8+2+16=$	**3p**
	$=-6+16=10$	**2p**
b)	$x\circ e=x$, pentru orice număr real x, de unde obținem $e=-16$	**2p**
	$-16\circ x=-16+x+16=x$, pentru orice număr real x, deci $e=-16$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”	**3p**

c)	$x\circ\left(\frac{x}{2}+3\right)=\frac{3x}{2}+19\Rightarrow x\circ\left(\frac{x}{2}+3\right)\circ x=\frac{5x}{2}+35$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\frac{5x}{2}+35=2x$, de unde obținem $x=-70$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=-\frac{4}{x^3}+\frac{1}{x}-0=$	**3p**
	$=\frac{x^2-4}{x^3}=\frac{(x-2)(x+2)}{x^3}$, $x\in(0,+\infty)$	**2p**
b)	$f(1)=0$, $f'(1)=-3$	**2p**
	Ecuația tangentei este $y-f(1)=f'(1)(x-1)$, adică $y=-3x+3$	**3p**
c)	$\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2f(x)}{x^3-1}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{2+x^2\ln x-2x^2}{x^3-1}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{\left(2+x^2\ln x-2x^2\right)'}{\left(x^3-1\right)'}=$	**2p**
	$=\lim\limits_{x\to 1}\frac{0+2x\ln x+x^2\cdot\frac{1}{x}-4x}{3x^2-0}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{2x\ln x-3x}{3x^2}=-1$	**3p**
2.a)	$\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1\left(x^2-1\right)dx=\left(\frac{x^3}{3}-x\right)\Big\vert_0^1=$	**3p**
	$=\frac{1}{3}-1=-\frac{2}{3}$	**2p**
b)	$\int_1^e\left(f(x)+1\right)\ln x dx=\int_1^e x^2\ln x dx=\int_1^e\left(\frac{x^3}{3}\right)'\ln x dx=\left(\frac{x^3}{3}\ln x-\frac{x^3}{9}\right)\Big\vert_1^e=$	**3p**
	$=\frac{e^3}{3}-\frac{e^3}{9}+\frac{1}{9}=\frac{2e^3+1}{9}$	**2p**
c)	$f(\sin x)+f(\cos x)=\sin^2 x-1+\cos^2 x-1=\sin^2 x+\cos^2 x-2=-1$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$,	
	$\int_0^{\frac{\pi}{3}}\left(f(\sin x)+f(\cos x)\right)\operatorname{tg}x dx=-\int_0^{\frac{\pi}{3}}\operatorname{tg}x dx=\ln(\cos x)\Big\vert_0^{\frac{\pi}{3}}=\ln\left(\cos\frac{\pi}{3}\right)-\ln(\cos 0)=\ln\frac{1}{2}$	**3p**
	$\ln\frac{1}{2}=\ln a$, de unde obținem $a=\frac{1}{2}$, care convine	**2p**