Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Testul 10

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\left(3+\sqrt{5}\right)^2-\sqrt{5}\left(6+2\sqrt{5}\right)=4$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f\left(x\right)=5x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g\left(x\right)=3x-1$. Determinați abscisa punctului de intersecție a graficelor celor două funcții.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuația $2^{x+4}=4^{x+3}$.

5p **4.** Un produs costă 360 de lei. Determinați prețul produsului după o scumpire cu 15%.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A\left(-2,3\right)$, $B\left(-1,-4\right)$ și $C\left(5,4\right)$. Arătați că triunghiul AMC este dreptunghic, unde M este mijlocul segmentului BC.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, în care unghiurile A și B au măsurile egale cu $30°$, respectiv $45°$ și $BC=4$. Determinați lungimea laturii AC a triunghiului ABC.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & -4\\ -2 & 3\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}-1 & x\\ 1 & -1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=1$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $B\cdot B=A$.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $\det\left(B+\left(\det B\right)A\right)=0$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=x+y+16$.

5p **a)** Arătați că $\left(-8\right)\circ 2=10$.

5p **b)** Determinați elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care pentru care $x\circ\left(\frac{x}{2}+3\right)\circ x=2x$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\left(0,+\infty\right)\to\mathbb{R}$, $f\left(x\right)=\frac{2}{x^2}+\ln x-2$.

5p **a)** Arătați că $f'\left(x\right)=\frac{\left(x-2\right)\left(x+2\right)}{x^3}$, $x\in\left(0,+\infty\right)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2f\left(x\right)}{x^3-1}=-1$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f\left(x\right)=x^2-1$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 f\left(x\right)dx=-\frac{2}{3}$.

5p **b)** Arătați că $\int_1^e\left(f\left(x\right)+1\right)\ln x dx=\frac{2e^3+1}{9}$.

5p **c)** Determinați numărul real, a, $a\in\left(0,+\infty\right)$, pentru care $\int_0^{\frac{\pi}{3}}\left(f\left(\sin x\right)+f\left(\cos x\right)\right)\operatorname{tg}x dx=\ln a$.