Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Testul 11

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $(0,6+0,8):0,7-0,25\cdot 4=1$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-5$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)-f(2)=2f(4)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3\left(x^2-7\right)=2$.

5p **4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un element n din mulțimea $A=\{1,2,3,\ldots 20\}$, numărul $2n$ să fie multiplu de 10.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-8,6)$ și $B(a,4)$, unde a este număr real. Determinați numerele reale a pentru care $MA=OB$, unde M este mijlocul segmentului OA.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $AB=12$ și $BC=13$. Determinați $\sin B$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}2x+1 & x\\ 1 & x+1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=9$.

5p **b)** Arătați că $A+B(1)\cdot B(-1)=2B(0)$.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $B(1)+B(2)+B(3)+\ldots+B(9)=9B(x)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=\frac{x+y}{2}-\frac{xy}{3}$.

5p **a)** Arătați că $2\circ 6=0$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $x\circ 6=6$.

5p **c)** Determinați numerele întregi m pentru care $m\circ(3m)\geq 2m-3$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^4}{2}-2x^3+3$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=2x^2(x-3)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f'(x)}{x^2e^x}$.

5p **c)** Arătați că $f(x)\geq-\frac{21}{2}$, pentru orice număr real x.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^2 f(x)\,dx=6$.

5p **b)** Calculați $\int_0^1\frac{1}{f(x)}\,dx$.

5p **c)** Determinați $a\in(0,2)$ pentru care $\int_{-a}^{a}\frac{1}{x^2+2f(x)+2}\,dx=\frac{2}{3}$.