Examenul naţional de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Testul 12

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătaţi că $\left(\frac{2}{3}\right)^2 : \frac{1}{3} - 3 : 9 = 1$.

5p **2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-9$. Determinaţi abscisa punctului de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Ox.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2-4x+8}=x$.

5p **4.** După o ieftinire cu 8%, un produs costă 184 de lei. Determinaţi preţul produsului înainte de ieftinire.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,3)$, $B(4,1)$, C şi D. Ştiind că punctele C şi B sunt mijloacele segmentelor AB, respectiv CD, determinaţi coordonatele punctului D.

5p **6.** Se consideră $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $\cos x = \operatorname{tg}\frac{\pi}{3}\cdot\sin x$. Arătaţi că $\sin x=\frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi $A=\begin{pmatrix}3&6\\1&2\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătaţi că $\det A=0$.

5p **b)** Arătaţi că $A\cdot A=5A$.

5p **c)** Determinaţi valorile reale ale lui x pentru care $\det\left(xA+(1-x)I_2\right)\geq 0$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=3xy-x^2-y^2$.

5p **a)** Arătaţi că $1*2=1$.

5p **b)** Determinaţi numerele reale x pentru care $2*x=1$.

5p **c)** Determinaţi numerele reale x pentru care $\left(\sqrt[3]{x}*\sqrt[3]{x}\right)*\sqrt[3]{x^2}=1$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-\frac{x}{x+2}$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\frac{2(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$, $x\in(-2,+\infty)$.

5p **b)** Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.

5p **c)** Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice la graficul funcţiei f.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2+5}{x^2+1}$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_0^3\left(x^2+1\right)f(x)\,dx=24$.

5p **b)** Calculaţi $\int_0^1\left(f(x)-1\right)dx$.

5p **c)** Arătaţi că orice primitivă F a funcţiei f este concavă pe $[0,+\infty)$.