Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Testul 12

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\sqrt{2}\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)+2\left(1-\sqrt{3}\right)=4$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-1$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)\cdot f(0)+f(3)=0$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $16\cdot 2^{2x}=8^{x}$.

5p **4.** Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu cifre din mulțimea $\{6,7,8,9\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,4)$, $B(-1,4)$ și $C(-1,-2)$. Determinați aria triunghiului ABD, știind că punctul D este mijlocul segmentului AC.

5p **6.** Arătați că $\left(\text{tg}30^\circ+\text{tg}60^\circ\right)\sin 60^\circ=2$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=9xy+x+y$.

5p **1.** Arătați că $1*2=21$.

5p **2.** Arătați că legea de compoziție „$*$” este comutativă.

5p **3.** Arătați că $e=0$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

5p **4.** Determinați numărul real x pentru care $(-1)*x=15$.

5p **5.** Determinați simetricul elementului $x=1$ în raport cu legea de compoziție „$*$”.

5p **6.** Determinați numerele naturale n pentru care $N=\frac{1}{3}*n*\frac{2}{3}$ este număr natural de două cifre.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}$ și $X(a)=\begin{pmatrix}2 & a\\ a^2 & 1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det A=9$.

5p **2.** Arătați că $A+X(2)=3X(1)$.

5p **3.** Arătați că $A\cdot A=6A-9I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **4.** Arătați că matricea $M(a)=X(a)+X(-a)$ este inversabilă, pentru orice număr real a.

5p **5.** Determinați numerele naturale n pentru care matricea $B=X(-1)\cdot X(n)$ are toate elementele numere naturale.

5p **6.** Determinați numărul real a pentru care $\det\left(X(2a)-X(a)\right)=3$.