Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică *M_şt-nat*

Testul 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați modulul celui de-al cincilea termen al progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, știind că $b_1=-1$ și $b_2=3$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-2x^2+7x+9$. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $f(x)>0$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x-1)=\log_3(6-x)-2$.

5p **4.** Determinați numărul natural n, $n\geq 2$, pentru care $C_n^{n-2}-A_n^1=5$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(3,-1)$, numărul real m și dreapta d de ecuație $y=(m-1)x-2m$. Determinați numărul real m pentru care distanța de la punctul A la dreapta d este egală cu 0.

5p **6.** Determinați $\cos(\pi-2x)$, știind că x este număr real și $\cos x=\frac{2}{3}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}3 & 1 & -1\\ 1 & -a & 1\\ 2 & a & -1\end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases}3x+y-z=1\\ x-ay+z=3\\ 2x+ay-z=2\end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(2))=-3$.

5p **b)** Determinați numerele reale a pentru care matricea $B(a)=A(a)\cdot A(a)$ are două elemente egale cu 0.

5p **c)** Pentru $a=1$, arătați că sistemul de ecuații nu are soluții.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y-xy$.

5p **a)** Arătați că $(-3)*3=9$.

5p **b)** Demonstrați că $x*y=\frac{1}{4}-\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(y-\frac{1}{2}\right)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $2^x*4^{x-1}=\frac{1}{4}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=-1+\frac{3}{x}-\frac{4\sqrt{x}}{x^2}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{3\sqrt{x}\left(2-\sqrt{x}\right)}{x^3}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{x\to 4}\frac{4^x\cdot f'(x)}{x-4}$.

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2xe^x-2x+1}{x}$.

5p **a)** Arătați că funcția $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=\ln x+2e^x-2x+2021$ este o primitivă a funcției f.

5p **b)** Arătați că $\int_1^e f(x)\,dx=2e^e-4e+3$.

5p **c)** Calculați $\int_1^2 x f(x)\,dx$.