Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)
Matematică

Testul 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\left(7-7\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{7}\right)\cdot\frac{6}{41}=1$.

5p **2.**Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-6$ cu graficul funcției $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=6-x$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_7(3x-2)=1$.

5p **4.** După o ieftinire cu 12% , o tabletă grafică costă 264 de lei. Determinați prețul inițial al tabletei.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(2,3)$ și $T(6,5)$. Determinați coordonatele punctului A, știind că A este mijlocul segmentului MT.

5p **6**. Arătați că $\cos 60^\circ\cdot\sin 60^\circ+\sin 90^\circ-\sin 30^\circ\cdot\cos 30^\circ=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A(a)=\begin{pmatrix}a+2 & 3a+2\\ a & 3a\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 1 & 3\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=4$.

5p **b)** Demonstrați că $A(4)=B\cdot B+2\cdot C$.

5p **c)** Determinați numărul natural n pentru care $\det(A(n)+B)=4$.

2. Pe mulțimea $M=(0,+\infty)$ se definește legea de compoziție $x*y=\frac{3xy+1}{x+y}$.

5p **a)** Arătați că $1*1=2$.

5p **b)** Calculați $((1*2)*3)-(1*(2*3))$.

5p **c)** Determinați numerele reale $x\in M$ pentru care $x*x=2$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{3}{5}x^5+\frac{3}{4}x^4-2x^3-1$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=3x^2(x-1)(x+2)$, pentru orice număr real x.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Arătați că funcția f este descrescătoare pe intervalul $[-2,1]$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x(x^2-1)+3$.

5p **a)** Arătați că $\int_{-1}^{1}(f(x)+x-3)\,dx=0$.

5p **b)** Calculați $\int_0^1 \left(f(x)-x^3-3\right)e^x dx$.

5p **c)** Determinați numărul real a, $a>0$, știind că $\int_0^1 f(x)dx=-a^2+5$.