Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Testul 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\log_3 6+\log_3 2-\log_3 4=\log_3\frac{6\cdot 2}{4}=$	**3p**
	$=\log_3 3=1$	**2p**
2.	$f(m)=3m-4$	**2p**
	$f(m)=m\Leftrightarrow 3m-4=m\Leftrightarrow m=2$	**3p**
3.	$2^{2x}=2^{x^2-3}\Leftrightarrow 2x=x^2-3\Leftrightarrow x^2-2x-3=0$	**3p**
	$x=-1$ sau $x=3$	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea numerelor naturale de două cifre, numerele care au suma cifrelor egală cu 9 sunt: 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81 și 90, deci sunt 9 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{9}{90}=\frac{1}{10}$	**1p**
5.	B este mijlocul segmentului AM, deci $1=\frac{-3+x_M}{2}$ și $3=\frac{5+y_M}{2}$	**3p**
	$x_M=5$, $y_M=1$	**2p**
6.	$(\cos 120^\circ-\sin 30^\circ)^2=\left(-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)^2=1$	**2p**
	$\cos^2 30^\circ+\cos^2 60^\circ=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2=1$, deci $(\cos 120^\circ-\sin 30^\circ)^2=\cos^2 30^\circ+\cos^2 60^\circ$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$4*2021=4\cdot 2021-4(4+2021)+20=$	**3p**
	$=-16+20=4$	**2p**
2.	$x*y=xy-4(x+y)+20=yx-4(y+x)+20=$	**3p**
	$=y*x$, pentru orice numere reale x și y, deci legea de compoziție „$*$” este comutativă	**2p**
3.	$x*y=xy-4x-4y+16+4=$	**3p**
	$=x(y-4)-4(y-4)+4=(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
4.	$(x-4)(x-8)+4=x\Leftrightarrow(x-4)(x-9)=0$	**3p**
	$x=4$ sau $x=9$	**2p**
5.	Cum $x\geq 6$ și $y\geq 6$, obținem $x-4\geq 2$ și $y-4\geq 2$, deci $(x-4)(y-4)\geq 4$	**3p**
	$(x-4)(y-4)+4\geq 8\Rightarrow x*y\geq 8$, pentru orice numere reale x și y, cu $x\geq 6$ și $y\geq 6$	**2p**
6.	$x*4=4$, $4*y=4$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
	$1^2*2^2*3^2*\ldots*2021^2=\left(1^2*4\right)*\left(3^2*4^2*\ldots*2021^2\right)=4*\left(3^2*4^2*\ldots*2021^2\right)=4$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = -2 \cdot 0 - 1 \cdot 3 =$	**3p**
	$= 0 - 3 = -3$	**2p**
2.	$M(6) = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, deci $A + M(6) = \begin{pmatrix} -2+6 & 1+3 \\ 3+1 & 0+4 \end{pmatrix} =$	**3p**
	$= \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} = 4\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	**2p**
3.	$\det(M(x)) = \begin{vmatrix} x & 3 \\ 1 & x-2 \end{vmatrix} = x(x-2) - 3 =$	**3p**
	$= x^2 - 2x - 3 = (x+1)(x-3)$, pentru orice număr real x	**2p**
4.	$A + M(2) = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A + M(2)) = -16$	**2p**
	$9 - a^2 = -16 \Leftrightarrow a^2 = 25$, de unde obținem $a = -5$ sau $a = 5$	**3p**
5.	$M(x) \cdot M(x) = \begin{pmatrix} x^2+3 & 6x-6 \\ 2x-2 & x^2-4x+7 \end{pmatrix}$, $x \in \mathbb{R}$, $4I_2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$	**2p**
	$\begin{pmatrix} x^2+3 & 6x-6 \\ 2x-2 & x^2-4x+7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$, de unde obținem $x = 1$, care convine	**3p**
6.	$M(n) + M(n+1) + M(n+2) = \begin{pmatrix} 3n+3 & 9 \\ 3 & 3n-3 \end{pmatrix}$	**2p**
	$\begin{pmatrix} 3n+3 & 9 \\ 3 & 3n-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 2022 & 9 \\ 3 & 3 \cdot 2020 \end{pmatrix}$, deci $n = 2021$, care convine	**3p**