Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică

Testul 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\log_3 6+\log_3 2-\log_3 4=1$.

5p **2** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-4$. Determinați numărul real m pentru care punctul $A(m,m)$ aparține graficului funcției f.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x=2^{x^2-3}$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă suma cifrelor egală cu 9.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3,5)$ și $B(1,3)$. Determinați coordonatele punctului M, unde M este simetricul punctului A față de punctul B.

5p **6**. Arătați că $(\cos 120^\circ-\sin 30^\circ)^2=\cos^2 30^\circ+\cos^2 60^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=xy-4(x+y)+20$.

5p **1.** Arătați că $4*2021=4$.

5p **2.** Arătați că legea de compoziție „$*$” este comutativă.

5p **3.** Demonstrați că $x*y=(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x și y.

5p **4.** Determinați numerele reale x pentru care $x*(x-4)=x$.

5p **5.** Arătați că $x*y\geq 8$, pentru orice numere reale x și y, cu $x\geq 6$ și $y\geq 6$.

5p **6.** Calculați $1^2*2^2*3^2*...*2021^2$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 3 & 0\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(x)=\begin{pmatrix}x & 3\\ 1 & x-2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det A=-3$.

5p **2.** Arătați că $A+M(6)=4\cdot\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

5p **3** Arătați că $\det(M(x))=(x+1)(x-3)$, pentru orice număr real x.

5p **4.** Determinați numerele întregi a pentru care $\det(A+M(2))=9-a^2$.

5p **5.** Determinați numărul real x pentru care $M(x)\cdot M(x)=4I_2$.

5p **6.** Determinați numărul natural n pentru care $M(n)+M(n+1)+M(n+2)=3M(2022)$.