Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică *M_şt-nat*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Testul 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(\sqrt{10}-\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{10}+\sqrt{6}\right)=\sqrt{10}^2-\sqrt{6}^2=$	**2p**
	$=10-6=4=2^2$, deci numerele date sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice	**3p**
2.	$f\left(-x\right)=\dfrac{\left(-x\right)^{2021}}{\left(-x\right)^2+1}=\dfrac{-x^{2021}}{x^2+1}=$	**3p**
	$=-\dfrac{x^{2021}}{x^2+1}=-f\left(x\right)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$, deci funcția f este impară	**2p**
3.	$2^{2x}-6\cdot 2^x-16=0\Leftrightarrow\left(2^x-8\right)\left(2^x+2\right)=0$	**3p**
	Cum $2^x>0$, pentru orice număr real, obținem $2^x=8$, deci $x=3$	**2p**
4.	Numărul de submulțimi cu 2 elemente ale mulțimii $\left\{0,2,4,6,8\right\}$ este $C_5^2=$	**3p**
	$=\dfrac{5!}{2!\cdot 3!}=10$	**2p**
5.	$m_{AB}=5$ și, cum $d\parallel AB$, obținem $m_d=5$	**3p**
	Ecuația dreptei d este $y-2=5\left(x+2\right)$, deci $y=5x+12$	**2p**
6.	$\sin A=\dfrac{1}{2}$, $\sin B=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	**2p**
	$\dfrac{AC}{\sin B}=\dfrac{BC}{\sin A}\Rightarrow\dfrac{2AC}{\sqrt{2}}=2BC$, deci $AC=BC\sqrt{2}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det\left(A\left(m\right)\right)=\begin{vmatrix}4&1&m\\1&2&-1\\-2&-3&0\end{vmatrix}=0-3m+2-\left(-4m\right)-12-0=$	**3p**
	$=-3m+4m-10=m-10$, pentru orice număr real m	**2p**
b)	$A\left(9\right)=\begin{pmatrix}4&1&9\\1&2&-1\\-2&-3&0\end{pmatrix}$, $\det\left(A\left(9\right)\right)=-1$	**2p**
	$A^{-1}\left(9\right)=\begin{pmatrix}3&27&19\\-2&-18&-13\\-1&-10&-7\end{pmatrix}$	**3p**
c)	$m\neq 10\Rightarrow\det\left(A\left(m\right)\right)\neq 0$, deci sistemul este compatibil determinat și $\left(a,b,c\right)=\left(2,1,0\right)$	**3p**
	Cum $\log_2 a=\log_2 2=1$ și $b+c=1+0=1$, obținem $\log_2 a=b+c$	**2p**

2.a)	$x*3=7(x-3)(3-3)+3=$ $=0+3=3$, pentru orice număr real x	**3p** **2p**
b)	$x*x=7(x-3)^2+3$, $x*x*x=49(x-3)^3+3$, pentru orice număr real x $49(x-3)^3+3=-46\Leftrightarrow(x-3)^3=-1$, deci $x=2$	**2p** **3p**
c)	$f(x)*f(y)=7(f(x)-3)(f(y)-3)+3=7\left(\frac{5^x}{7}+3-3\right)\left(\frac{5^y}{7}+3-3\right)+3=$ $=7\cdot\frac{5^x}{7}\cdot\frac{5^y}{7}+3=\frac{5^{x+y}}{7}+3=f(x+y)$, pentru orice numere reale x și y	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{\sqrt{x^2+2x+2}-x\cdot\frac{2x+2}{2\sqrt{x^2+2x+2}}}{x^2+2x+2}=$ $=\frac{x^2+2x+2-x(x+1)}{(x^2+2x+2)\sqrt{x^2+2x+2}}=\frac{x+2}{(x^2+2x+2)\sqrt{x^2+2x+2}}$, $x\in\mathbb{R}$	**3p** **2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{\sqrt{x^2+2x+2}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{2}{x^2}}}=1$ Dreapta de ecuație $y=1$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	**3p** **2p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=-2$, $f'(x)<0$ pentru orice $x\in(-\infty,-2)\Rightarrow f$ este strict descrescătoare pe $(-\infty,-2)$ și $f'(x)>0$ pentru orice $x\in(-2,+\infty)\Rightarrow f$ este strict crescătoare pe $(-2,+\infty)$ $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$, $f(-2)=-\sqrt{2}$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ și, cum f este continuă, obținem $\text{Im}\,f=\left[-\sqrt{2},1\right)$	**2p** **3p**
2.a)	$F'(x)=2-\frac{1}{x^2}-\frac{4}{x+2}=\frac{2x^2(x+2)-(x+2)-4x^2}{x^2(x+2)}=$ $=\frac{2x^3-x-2}{x^2(x+2)}=f(x)$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$, deci funcția F este o primitivă a funcției f	**2p** **3p**
b)	$\int_1^2(x+2)f(x)\,dx=\int_1^2\frac{2x^3-x-2}{x^2}\,dx=\int_1^2\left(2x-\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}\right)dx=\left(x^2-\ln x+\frac{2}{x}\right)\Big\vert_1^2=$ $=4-\ln 2+\frac{2}{2}-1+\ln 1-2=2-\ln 2$	**3p** **2p**
c)	$\int_2^m f(x)\,dx=F(x)\Big\vert_2^m=F(m)-F(2)=2m+\frac{1}{m}-\frac{9}{2}+4\ln\frac{4}{m+2}$ $2m+\frac{1}{m}-\frac{9}{2}+4\ln\frac{4}{m+2}=2m+\frac{1}{m}-\frac{17}{2}$, deci $\ln\frac{4}{m+2}=-1\Rightarrow m=4e-2$, care convine	**3p** **2p**