Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Testul 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\sqrt{12}\left(\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)+\sqrt{8}\left(3\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)=2$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x+a$, unde a este număr real. Determinați numerele reale a pentru care $f(a)=2$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuația $\sqrt{9-x}=x-3$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale pare de două cifre, acesta să fie multiplu de 5.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-6,1)$ și $B(-2,3)$. Determinați distanța de la punctul O la punctul M, unde M este mijlocul segmentului AB.

5p **6**. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC cu $AB=12$ și ipotenuza $BC=20$. Calculați aria triunghiului ABC.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -3\\ 1 & -4\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x & 3\\ x & 4\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=-1$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $A\cdot B(x)=B(x)\cdot A$.

5p **c)** Determinați numerele reale a pentru care $\det\left(aA+B(a)\right)=0$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=x^2+xy+y^2$.

5p **a)** Arătați că $2*(-1)=3$.

5p **b)** Arătați că legea de compoziție „$*$” este comutativă.

5p **c)** Determinați numărul natural n pentru care $n*n=48$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^2-x-5\ln x+1$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{(x-1)(6x+5)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)+5\ln x}{xf'(x)}=\dfrac{1}{2}$.

5p **c)** Demonstrați că $3x^2-x-2\geq\ln\left(x^5\right)$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x+2}$.

5p **a)** Arătați că $\int_{-1}^{2}(x+2)f(x)\,dx=6$.

5p **b)** Calculați $\int_{0}^{4}\left(f(x)-\dfrac{x^2}{x+2}\right)dx$.

5p **c)** Determinați numărul natural n, știind că $\int_{0}^{6}\left(x^2-9\right)f(x+1)\,dx=n^2$.