Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Testul 4

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $2\cdot 8,5+10,5:3,5=20$.

5p **2.** Determinați numărul real a, știind că punctul $A(2,-2)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-3x+a+1$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $10^{6-2x}=100^2$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $M=\{10,20,30,40,50,60,70,80,90\}$, numărul $\sqrt{10n}$ să fie rațional.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,2)$ și $B(3,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a, știind că dreptele OA și AB sunt perpendiculare.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=12$, $BC=8$ și unghiul C de măsură egală cu 30°. Calculați $\sin A$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-4 & -5\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}1 & 6\\ 1 & 2\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det B=-4$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $A\cdot A-B\cdot B=a(A+B)$.

5p **c)** Arătați că, pentru orice număr real x, matricea $C(x)=xA+2B$ este inversabilă.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=(2x-1)(2y-1)+\frac{1}{2}$.

5p **a)** Arătați că $2*\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $(4x)*\frac{1}{4}=25$.

5p **c)** Calculați $1*\frac{1}{2}*\frac{1}{3}*\frac{1}{4}*\frac{1}{5}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(-3,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\frac{4}{x+3}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{(x+1)(x+5)}{(x+3)^2}$, $x\in(-3,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei oblice la graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $x^2+f(x)\geq 1$, pentru orice $x\in(-3,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(2x-1)(x+1)$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^5 \frac{f(x)}{x+1}dx=20$.

5p **b)** Calculați $\int_1^2 \frac{f(x)}{x^2}dx$.

5p **c)** Determinați numărul real a, $a\in\left[\frac{1}{2},2\right)$, știind că $\int_a^2 f'(x)\sqrt{f(x)}dx=18$.