**Examenul național de bacalaureat 2021**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_tehnologic***

**Testul 5**

***Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

**5p** **1.** Calculați termenul al cincilea al unei progresii geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, în care $b_1=3$ și $b_2=-6$.

**5p** **2.** Se consideră $x_1$ și $x_2$ soluțiile ecuației $2x^2-6x+1=0$. Arătați că $x_1+x_2-6x_1x_2=0$.

**5p** **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2+\sqrt[3]{27x+8}=1$.

**5p** **4.** După o scumpire cu $15\%$, un produs costă $92$ de lei. Determinați prețul produsului înainte de scumpire.

**5p** **5.** În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $A(-3,0)$ și $B(9,a)$, unde $a$ este număr real. Determinați numerele reale $a$ pentru care distanța dintre punctele $A$ și $B$ este egală cu $13$.

**5p** **6**. Se consideră triunghiul $ABC$ cu $AB=AC=14$ și unghiul $B$ de măsură egală cu $75°$. Determinați aria triunghiului $ABC$.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}x & x-2\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, unde $x$ este număr real.

**5p** **a)** Arătați că $\det(A(1))=3$.

**5p** **b)** Determinați numărul real $x$ pentru care $A(x)\cdot A(1)=3(A(x)-I_2)$.

**5p** **c)** Arătați că $\det\left(xA(x)-A\left(x^2\right)\right)\geq 0$, pentru orice număr real $x$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=3xy-\frac{x+y}{3}+1$.

**5p** **a)** Arătați că $1*5=14$.

**5p** **b)** Determinați numărul real $x$ pentru care $3*x=-52$.

**5p** **c)** Determinați numerele naturale $n$ pentru care $n*(0*(3n))\geq\frac{2n}{3}$.

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-2x^3-6x^2+18x-49$.

**5p** **a)** Arătați că $f'(x)=-6(x-1)(x+3)$, $x\in\mathbb{R}$.

**5p** **b)** Determinați intervalele de monotonie a funcției $f$.

**5p** **c)** Se consideră punctele $A(-2,f(-2))$ și $B(0,f(0))$. Arătați că tangentele la graficul funcției $f$ în punctele $A$ și $B$ au pantele egale.

**2.** Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\ln x-2$.

**5p** **a)** Arătați că $\int_1^3(f(x)-\ln x)\,dx=0$.

**5p** **b)** Calculați $\int_1^e(f(x)-x+2)\,dx$.

**5p** **c)** Demonstrați că orice primitivă $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcției $f$ este convexă.