Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Testul 5

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\frac{2}{2-\sqrt{3}}-\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+2\right)=1$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f\left(x\right)=2x-6$. Determinați numărul real a, știind că $f\left(a\right)+f\left(2a\right)=f\left(9\right)$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuația $x+\sqrt{3x}=2x$.

5p **4.** Determinați câte numere naturale impare de trei cifre se pot forma cu cifre din mulțimea $\left\{1,2,3,4,5\right\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A\left(1,-3\right)$, $B\left(5,1\right)$ și dreapta d de ecuație $x-2y+a=0$, unde a este număr real. Determinați numărul real a, știind că mijlocul segmentului AB este situat pe dreapta d.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $BC=20$ și $\sin B=\frac{4}{5}$. Calculați aria triunghiului ABC.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulţimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=5xy-5x-5y+6$.

5p **1.** Arătați că $1\circ 5=1$.

5p **2.** Arătați că $x\circ y=5\left(x-1\right)\left(y-1\right)+1$, pentru orice numere reale x și y.

5p **3.** Arătați că $e=\frac{6}{5}$ este elementul neutru al legii „$\circ$”.

5p **4.** Determinați numărul real x pentru care $\frac{4}{5}\circ x=\frac{6}{5}$.

5p **5.** Determinați perechile $\left(a,b\right)$ de numere naturale pentru care $a\circ b=21$.

5p **6.** Calculați $\frac{5}{1}\circ\frac{5}{2}\circ\frac{5}{3}\circ\ldots\circ\frac{5}{9}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-2 & -4\\ 3 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B\left(x\right)=2xA-I_2$, unde x este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det A=8$.

5p **2.** Arătați că $A\cdot A=-8I_2$.

5p **3.** Demonstrați că matricea $B\left(x\right)$ este inversabilă, pentru orice număr real x.

5p **4.** Determinați numărul real x pentru care $B\left(x\right)\cdot B\left(\frac{1}{2}\right)=9I_2$.

5p **5.** Arătați că $xB\left(x\right)-yB\left(y\right)=\left(x-y\right)B\left(x+y\right)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **6.** Determinați numărul întreg k pentru care $B\left(1\right)-2B\left(2\right)+3B\left(3\right)-\ldots-20B\left(20\right)=kB\left(21\right)$.