Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Testul 6

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\frac{1}{\sqrt{5}-2}-\sqrt{5}=\frac{\sqrt{5}+2}{\left(\sqrt{5}\right)^2-4}-\sqrt{5}=$	**3p**
	$=\sqrt{5}+2-\sqrt{5}=2$	**2p**
2.	$f\left(a\right)=2a^2+5a+2\Rightarrow 2a^2+5a+2=a$	**2p**
	$2a^2+4a+2=0$, de unde obținem $a=-1$	**3p**
3.	$\log_4\left(3x+1\right)=2\Rightarrow 3x+1=4^2\Rightarrow 3x+1=16$	**3p**
	$x=5$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea A are 6 elemente, deci sunt 6 cazuri posibile	**2p**
	Numerele $x\in A$ pentru care x^2 este număr impar sunt 5, 7 și 9, deci sunt 3 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$	**1p**
5.	Mijlocul segmentului BC are coordonatele $\frac{4+a}{2}$, respectiv $\frac{3+b}{2}\Rightarrow 2=\frac{4+a}{2}$, deci $a=0$	**3p**
	$-1=\frac{3+b}{2}\Rightarrow b=-5$	**2p**
6.	$BC=15$	**2p**
	$h=\frac{AB\cdot AC}{BC}=\frac{9\cdot 12}{15}=7,2$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}4 & 2\\ 3 & 2\end{vmatrix}=4\cdot 2-2\cdot 3=$	**3p**
	$=8-6=2$	**2p**
b)	$\left(A-2I_2\right)\cdot\left(A-4I_2\right)=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 3 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 2\\ 3 & -2\end{pmatrix}=$	**2p**
	$=\begin{pmatrix}6 & 0\\ 0 & 6\end{pmatrix}=6I_2$	**3p**
c)	$A\cdot X=\begin{pmatrix}4a+2c & 4b+2d\\ 3a+2c & 3b+2d\end{pmatrix}$ și $3A+4X=\begin{pmatrix}12+4a & 6+4b\\ 9+4c & 6+4d\end{pmatrix}$, unde $X=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$, cu a, b, c și d numere reale	**3p**
	$\begin{pmatrix}4a+2c & 4b+2d\\ 3a+2c & 3b+2d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}12+4a & 6+4b\\ 9+4c & 6+4d\end{pmatrix}$, deci $a=7$, $b=4$, $c=6$ și $d=3$, de unde obținem $X=\begin{pmatrix}7 & 4\\ 6 & 3\end{pmatrix}$	**2p**

2.a)	$1*3=1\cdot 3-\frac{12}{1+3}+\frac{3}{1}+\frac{3}{3}=$	**3p**
	$=3-3+3+1=4$	**2p**
b)	$x*x=x\cdot x-\frac{12}{x+x}+\frac{3}{x}+\frac{3}{x}=$	**2p**
	$=x^2-\frac{6}{x}+\frac{3}{x}+\frac{3}{x}=x^2-\frac{6}{x}+\frac{6}{x}=x^2$, pentru orice $x\in M$	**3p**
c)	$n*n=n^2$, $(n*n)*(n*n)=n^2*n^2=n^4$, pentru orice număr natural nenul n	**3p**
	$n^4=1$ și, cum n este număr natural nenul, obținem $n=1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{0-2(2x-2)}{\left(x^2-2x+2\right)^2}=\frac{4-4x}{\left(x^2-2x+2\right)^2}=$	**3p**
	$=\frac{4(1-x)}{\left(x^2-2x+2\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$f(2)=1$, $f'(2)=-1$	**2p**
	Ecuaţia tangentei este $y-f(2)=f'(2)(x-2)$, adică $y=-x+3$	**3p**
c)	$\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=f'(a)$, pentru orice număr real a	**2p**
	$f'(a)=0\Leftrightarrow\frac{4(1-a)}{\left(a^2-2a+2\right)^2}=0$, de unde obținem $a=1$	**3p**
2.a)	$\int_1^4 f(x)dx=\int_1^4 e^x dx=e^x\Big\vert_1^4=$	**3p**
	$=e^4-e=e\left(e^3-1\right)$	**2p**
b)	$\int_1^2 xf(x)dx=\int_1^2 xe^x dx=\int_1^2 x\left(e^x\right)'dx=\left(xe^x-e^x\right)\Big\vert_1^2=$	**3p**
	$=e^2-0=e^2$	**2p**
c)	Cum a este număr real, $a>0$, obținem $\int_{-a}^0 f(x)dx=\int_{-a}^0\left(\frac{2x}{x^2+1}+1\right)dx=$	**3p**
	$=\int_{-a}^0\frac{\left(x^2+1\right)'}{x^2+1}dx+\int_{-a}^0 1dx=\ln\left(x^2+1\right)\Big\vert_{-a}^0+x\Big\vert_{-a}^0=-\ln\left(a^2+1\right)+a$	
	$a-\ln\left(a^2+1\right)=a-\ln(a+1)\Rightarrow a^2=a$ și, cum $a>0$, obținem $a=1$	**2p**