Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Testul 6

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\frac{1}{\sqrt{5}-2}-\sqrt{5}=2$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2+5x+2$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)=a$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuația $3\log_4(3x+1)=6$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr x din mulțimea $A=\{4,5,6,7,8,9\}$, numărul x^2 să fie număr impar.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,-1)$, $B(4,3)$ și $C(a,b)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a, b, știind că punctul A este mijlocul segmentului BC.

5p **6**. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB=9$ și $AC=12$. Determinați lungimea înălțimii din A a triunghiului ABC.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 2\\ 3 & 2\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=2$.

5p **b)** Arătați că $(A-2I_2)\cdot(A-4I_2)=6I_2$.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A\cdot X=3A+4X$.

2. Pe mulțimea $M=(0,+\infty)$ se definește legea de compoziție $x*y=xy-\frac{12}{x+y}+\frac{3}{x}+\frac{3}{y}$.

5p **a)** Arătați că $1*3=4$.

5p **b)** Arătați că $x*x=x^2$, pentru orice $x\in M$.

5p **c)** Determinați numărul natural nenul n pentru care $(n*n)*(n*n)=1$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{2}{x^2-2x+2}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{4(1-x)}{\left(x^2-2x+2\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=2$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=0$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\frac{2x}{x^2+1}+1, & x\in(-\infty,0]\\ e^x, & x\in(0,+\infty)\end{cases}$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^4 f(x)\,dx=e\left(e^3-1\right)$.

5p **b)** Calculați $\int_1^2 xf(x)dx$.

5p **c)** Determinați numărul real a, $a>0$, știind că $\int_{-a}^{0} f(x)dx = a-\ln(a+1)$.