Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Testul 6

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $9:\left(\frac{1}{2^3}-(-1)^3\right)=8$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax-2$, unde a este număr real. Arătați că, dacă punctul $A(1,3)$ aparține graficului funcției f, atunci punctul $B(-1,-7)$ aparține graficului funcției f.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuația $5^{2x-5}=125$.

5p **4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de o cifră, numărul 3^{n-3} să fie subunitar.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,4)$, $B(0,2)$, $C(1,3)$ și D, astfel încât segmentele AB și CD au același mijloc. Determinați coordonatele punctului D.

5p **6.** Se consideră pătratul $ABCD$ de latură 12 și punctul O, intersecția dreptelor AC și BD. Determinați aria triunghiului AMC, știind că M este mijlocul segmentului OB.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulţimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=x^3-x^2y-xy^2+y^3$.

5p **1.** Arătați că $1\circ(-2)=-9$.

5p **2.** Arătați că $x\circ y=(x+y)(x-y)^2$, pentru orice numere reale x și y.

5p **3.** Arătați că legea de compoziție „$\circ$” este comutativă.

5p **4.** Arătați că $x\circ(-x)=0$, pentru orice număr real x.

5p **5.** Determinați numerele reale x pentru care $(2x)\circ x=24$.

5p **6.** Determinați numerele naturale m și n, cu $m>n$, pentru care $m\circ n=9$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}a & 2\\ b & -3\end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.

5p **1.** Arătați că $\det A=-1$.

5p **2.** Pentru $a=3$ și $b=-1$, calculați $3A-2B$.

5p **3.** Pentru $a=-3$ și $b=2$, arătați că $A\cdot B=B\cdot A$.

5p **4.** Determinați numerele reale a și b pentru care $B\cdot B=I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **5.** Arătați că $\det(A-B)\le -3$, pentru orice numere naturale nenule a și b.

5p **6.** Arătați că, dacă numărul a este cu 5 mai mare decât numărul b, atunci $\det(A\cdot B+B\cdot A)=0$.