Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Testul 7

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$b=3,6$	**2p**
	$m_a=\dfrac{2,4+3,6}{2}=\dfrac{6}{2}=3$	**3p**
2.	$f(x)=0\Leftrightarrow x^2+3x=0$	**2p**
	Abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox sunt $x=-3$ și $x=0$	**3p**
3.	$2^{1-2x}=2^5\Leftrightarrow 1-2x=5$	**3p**
	$x=-2$	**2p**
4.	$\dfrac{20}{100}\cdot x=27$, unde x este prețul înainte de ieftinire	**3p**
	$x=135$ de lei	**2p**
5.	$O(0,0)$ este mijlocul segmentului AC	**2p**
	OD este linie mijlocie în triunghiul ABC, deci $OD=\dfrac{BC}{2}$, de unde obținem $BC=2OD$	**3p**
6.	$\sin^2 x+\left(\dfrac{1}{5}\right)^2=1\Leftrightarrow \sin^2 x=\dfrac{24}{25}$ și, cum $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$, obținem $\sin x=\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$	**3p**
	$\text{tg}x=\dfrac{2\sqrt{6}}{5}:\dfrac{1}{5}=2\sqrt{6}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(4)=\begin{pmatrix}3 & 4\\ 1 & -1\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(4))=\begin{vmatrix}3 & 4\\ 1 & -1\end{vmatrix}=3\cdot(-1)-4\cdot 1=$	**3p**
	$=-3-4=-7$	**2p**
b)	$A(1)\cdot A(1)+2A(x)=\begin{pmatrix}2x-1 & -1+2x\\ 1 & 0\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(1)\cdot A(1)+2A(x))=1-2x$, pentru orice număr real x	**3p**
	$1-2x=11$, de unde obținem $x=-5$	**2p**
c)	$A(0)\cdot A(x)\cdot A(1)=\begin{pmatrix}-x & 1\\ x+1 & -3\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**2p**
	$\begin{pmatrix}-x & 1\\ x+1 & -3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3y-3 & 3y\\ 3 & -3\end{pmatrix}$, de unde obținem $x=2$ și $y=\dfrac{1}{3}$	**3p**
2.a)	$1*2=20\cdot 1-21\cdot 2+1=$	**3p**
	$=20-42+1=-21$	**2p**
b)	$(x-1)*x=-x-19$, pentru orice număr real x	**2p**
	$-x-19=1$, de unde obținem $x=-20$	**3p**

c)	$x^2 * x = 20x^2 - 21x + 1$, pentru orice număr real x	**2p**
	$20x^2 - 21x + 1 \le 0$, de unde obținem $x \in \left[\frac{1}{20}, 1\right]$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = e^x + (x-2)e^x =$	**3p**
	$= (1 + x - 2)e^x = (x-1)e^x$, $x \in \mathbb{R}$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x \to 1} \frac{f'(x)}{e^x - e} = \lim\limits_{x \to 1} \frac{(x-1)e^x}{e^x - e} =$	**2p**
	$= \lim\limits_{x \to 1} \frac{xe^x}{e^x} = 1$	**3p**
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ și $f'(x) \le 0$, pentru orice $x \in (-\infty, 1] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(-\infty, 1]$, $f'(x) \ge 0$, pentru orice $x \in [1, +\infty) \Rightarrow f$ este crescătoare pe $x \in [1, +\infty)$	**2p**
	$f(x) \ge f(1) \Leftrightarrow (x-2)e^x \ge -e$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$, de unde obținem $(x-2)e^{x-1} \ge -1$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$, deci $(2-x)e^{x-1} \le 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$	**3p**
2.a)	$\int_{-1}^{1} \left(f(x) - x^2\right) dx = \int_{-1}^{1} \left(2x^5 - 1\right) dx = \left(\frac{x^6}{3} - x\right)\Big\vert_{-1}^{1} =$	**3p**
	$= -\frac{2}{3} - \frac{4}{3} = -2$	**2p**
b)	$\int_{2}^{4} \frac{f(x) - 2x^5}{2x} dx = \int_{2}^{4} \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{2x}\right) dx = \left(\frac{x^2}{4} - \frac{1}{2}\ln x\right)\Big\vert_{2}^{4} =$	**3p**
	$= 4 - \frac{1}{2}\ln 4 - 1 + \frac{1}{2}\ln 2 = \frac{6 - \ln 2}{2}$	**2p**
c)	$\int_{0}^{1} x^4 \left(2x^5 - 1\right)^2 dx = \frac{1}{10} \int_{0}^{1} \left(2x^5 - 1\right)' \left(2x^5 - 1\right)^2 dx = \frac{1}{10} \cdot \frac{\left(2x^5 - 1\right)^3}{3}\Big\vert_{0}^{1} =$	**3p**
	$= \frac{1}{10}\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{15}$	**2p**