Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Testul 7

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că media aritmetică a numerelor $a=2,4$ și $b=4-\frac{2}{5}$ este egală cu 3.

5p **2.** Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+3x$ cu axa Ox.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuația $2^{1-2x}=32$.

5p **4.** In urma unei ieftiniri cu 20%, prețul unui produs a scăzut cu 27 de lei. Determinați prețul produsului înainte de ieftinire.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,4)$, $B(6,4)$ și $C(0,-4)$. Știind că punctul D este mijlocul segmentului AB, arătați că $BC=2OD$.

5p **6**. Se consideră numărul real $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $\cos x=\frac{1}{5}$. Arătați că $\operatorname{tg}x=2\sqrt{6}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}x-1 & x\\ 1 & -1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(4))=-7$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $\det(A(1)\cdot A(1)+2A(x))=11$.

5p **c)** Determinați numerele reale x și y pentru care $A(0)\cdot A(x)\cdot A(1)=3A(y)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=20x-21y+1$.

5p **a)** Arătați că $1*2=-21$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $(x-1)*x=1$.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $x^2*x\le 0$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-2)e^x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=(x-1)e^x$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f'(x)}{e^x-e}$.

5p **c)** Arătați că $(2-x)e^{x-1}\le 1$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^5+x^2-1$.

5p **a)** Arătați că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)-x^2\right)dx=-2$.

5p **b)** Arătați că $\int_{2}^{4}\frac{f(x)-2x^5}{2x}dx=\frac{6-\ln 2}{2}$.

5p **c)** Calculați $\int_{0}^{1}x^4\left(f(x)-x^2\right)^2dx$.