Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Testul 8

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\frac{2}{3}\cdot 0,3+3,2:4=1$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=6-4x$. Determinați numărul real a, știind că punctul $A(a,2a)$ aparține graficului funcției f.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2-2x+16}=4$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A=\{1,2,3,\ldots,9\}$, acesta să verifice inegalitatea $(n-2)(n-6)\geq 0$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-5,0)$, $B(-1,8)$. Arătați că triunghiul OAM este isoscel, știind că M este mijlocul segmentului AB.

5p **6**. Se consideră pătratul $ABCD$ astfel încât aria triunghiului ABC este egală cu 2. Calculați perimetrul pătratului $ABCD$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-3 & 2\\ -6 & 4\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x & 2\\ -7 & x-4\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=0$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $\det(B(x))+\det(B(7)-A)=0$.

5p **c)** Determinați matricea $C\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $xA-A\cdot B(x)=14C$, pentru orice număr real x.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=6xy-6x-6y+7$.

5p **a)** Arătați că $1*3=1$.

5p **b)** Demonstrați că $e=\frac{7}{6}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

5p **c)** Determinați suma numerelor întregi m care verifică inegalitatea $\frac{m}{2}*\left(-\frac{m}{3}\right)\geq 1$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+\frac{3}{x}+4$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{3(x^2-1)(x^2+1)}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați intervalele de monotonie a funcției f.

5p **c)** Arătați că funcția f este convexă.

2. Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{2x}{x+1}$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^2 (x+1)f(x)\,dx=4$.

5p **b)** Calculați $\int_1^3 \frac{f(x)}{x}\,dx$.

5p **c)** Arătați că $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} f(x)\cdot f(-x)\,dx=4(1-\ln 3)$.