Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Testul 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați suma primilor patru termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_2=5$ și $a_3=8$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-8$. Determinați numerele reale a pentru care $a\cdot f(a)=f(1)$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuația $\log_5(25-x)=\log_5(x+5)$.

5p **4.** Determinați câte numere naturale de două cifre distincte se pot forma cu cifre din mulțimea $A=\{2,3,5,9\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $y=2x+a$, unde a este număr real. Determinați numărul real a știind că punctul $A(2,3)$ aparține dreptei d.

5p **6.** Arătați că $4\sin 60^\circ\left(\text{tg}60^\circ-\cos 30^\circ\right)=3$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & -3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B(a)=\begin{pmatrix}a & a\\ 3 & 6\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=-5$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $B(1)\cdot B(-1)+3A=4B(a)$.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $X\cdot(A-2I_2)=B(0)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=(2x-y+1)(2y-x+1)$.

5p **a)** Arătați că $3*4=18$.

5p **b)** Demonstrați că legea de compoziție „$*$” este comutativă.

5p **c)** Determinați perechile (m,n) de numere naturale pentru care $(2m)*n=13$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(-5,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2x+7}{x+5}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{3}{(x+5)^2}$, $x\in(-5,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Determinați abscisa punctului situat pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu dreapta de ecuație $y=3x+5$.

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-2\sqrt{x}+2$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_1^3\left(f(x)+2\sqrt{x}\right)dx=8$.

5p **b)** Arătați că funcția f este o primitivă a funcției $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$.

5p **c)** Calculați $\displaystyle\int_1^2\frac{1}{f\left(x^2\right)}dx$.