

Examenul național de bacalaureat 2022

Proba E. c)

Matematică *M<sub>st-nat</sub>*

Simulare

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Calculați termenul  $b_4$  al progresiei geometrice  $(b_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $b_1 = \sqrt{2}$  și  $b_2 = 4$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = mx^2 - 2x + 1$ , unde  $m$  este număr real nenul. Determinați numărul real nenul  $m$  pentru care axa  $Ox$  este tangentă graficului funcției  $f$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{x+2} - 3^x - 6 \cdot 3^{x-1} = 6$ .
- 5p** 4. Se consideră mulțimea  $A$ , a numerelor naturale de două cifre. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr  $n$  din mulțimea  $A$ , numărul  $2n - 60$  să aparțină mulțimii  $A$ .
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-1, 4)$ ,  $B(5, 2)$  și  $C$ , mijlocul segmentului  $AB$ . Determinați ecuația dreptei  $d$  care trece prin punctul  $C$  și este perpendiculară pe dreapta  $AB$ .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul isoscel  $ABC$ , cu măsura unghiului  $A$  egală cu  $120^\circ$  și  $AB = 6$ . Arătați că aria triunghiului  $ABC$  este egală cu  $9\sqrt{3}$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$  și  $B(x) = xI_2 + iA$ , unde  $x$  este număr real și  $i^2 = -1$ .
- 5p** a) Arătați că  $\det A = 1$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $B(3) \cdot B(5) = 8B(x)$ .
- 5p** c) Determinați perechile  $(m, n)$  de numere întregi pentru care matricea  $B(m) + iB(n)$  **nu** este inversabilă.
2. Pe mulțimea  $M = [1, +\infty)$  se definește legea de compoziție  $x * y = xy - \sqrt{(x-1)(y-1)}$ .
- 5p** a) Arătați că  $2 * 5 = 8$ .
- 5p** b) Arătați că  $e = 1$  este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
- 5p** c) Demonstrați că  $(nx) * y \geq x(n * y)$ , pentru orice  $x, y \in M$  și orice număr natural  $n$ ,  $n \geq 2$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{4\sqrt{x}}{x^2 + 3}$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = \frac{6(1-x^2)}{\sqrt{x}(x^2+3)^2}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** b) Determinați  $a \in (0, +\infty)$ , știind că tangenta la graficul funcției  $f$  în punctul  $A(a, f(a))$  este paralelă cu axa  $Ox$ .
- 5p** c) Demonstrați că  $\frac{\sqrt{x}}{x^2 + 3} > \frac{\sqrt{x + \frac{1}{x}}}{x^2 + \frac{1}{x^2} + 5}$ , pentru orice  $x \in (1, +\infty)$ .

2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{e^x + 2x}{e^x}$ .

5p a) Arătați că  $\int_0^1 e^x f(x) dx = e$ .

5p b) Arătați că  $\int_{-1}^0 f(x) dx = -1$ .

5p c) Determinați numărul real  $a$  pentru care  $\int_0^1 F(x) f''(x) dx = \frac{a(e+1)}{e^2}$ , unde  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  este primitiva funcției  $f$  cu proprietatea  $F(0) = 0$ .