Examenul național de bacalaureat 2022

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Calculați termenul a_1 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_3 = 6$ și $a_4 = 9$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x - 3$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x) = x - 3$. Determinați numerele reale a pentru care $f(a) = g(a)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x+3) = 2$.

5p **4.** În urma unei scumpiri cu 30%, prețul unui produs a crescut cu 60 de lei. Determinați prețul produsului după scumpire.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-4,1)$, $B(2,3)$ și dreapta d de ecuație $y = 2x + a$, unde a este număr real. Determinați numărul real a, știind că mijlocul segmentului AB aparține dreptei d.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, cu $AB = AC$, $BC = 12$ și măsura unghiului B egală cu $45°$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 36.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x & x \\ 1 & 2x+1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(0)) = 0$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $2A(4) + A(-2) = aA(2)$.

5p **c)** Arătați că, dacă $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $X \cdot A(1) = A(m)$, unde m este număr întreg, atunci matricea X are toate elementele numere întregi.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = (x+y)(x-1)(y-1)+1$.

5p **a)** Arătați că $2 * 1 = 1$.

5p **b)** Arătați că legea de compoziție „$*$” este comutativă.

5p **c)** Determinați numerele naturale n pentru care $n * (1-n) \geq n^2$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x+3}{x^2} + \ln x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x) = \dfrac{x^2 - x - 6}{x^3}$, $x \in (0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $\ln\dfrac{x}{3} \geq \dfrac{2}{3} - \dfrac{1}{x} - \dfrac{3}{x^2}$, pentru orice $x \in (0,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x + \dfrac{e^x}{2} + 1$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^2 \left(f(x) - \frac{e^x}{2}\right)dx = 4$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^1 2x\left(f(x)-1\right)dx=\frac{5}{3}$.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $\int_{-1}^0 \left(f(x)-x\right)\cdot f(x)dx=\frac{(3e+1)(3e+a)}{8e^2}$.