Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 5

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$4\cdot\left(1-\frac{4}{5}\right)+\frac{1}{5}=4\cdot\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=$	**3p**
	$=\frac{4}{5}+\frac{1}{5}=1$	**2p**
2.	$f(0)=2$	**2p**
	$f(1)=5\Rightarrow f(0)\cdot f(1)=2\cdot 5=10$	**3p**
3.	$2x-3=x$	**3p**
	$x=3$	**2p**
4.	Mulțimea A are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile	**2p**
	Numerele n din mulțimea A pentru care $n^2\leq 23$ sunt 0, 1, 2, 3 și 4, deci sunt 5 cazuri favorabile, de unde obținem $p=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$	**3p**
5.	$OA=3$, $OB=4$	**2p**
	$AB=5$, deci $P_{\Delta OAB}=3+4+5=12$	**3p**
6.	$\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$, $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$	**2p**
	$(1+2\cos 60^\circ)\cdot\sin 30^\circ=\left(1+2\cdot\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}=2\cdot\frac{1}{2}=1$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}1 & 0\\ 1 & 3\end{vmatrix}=1\cdot 3-0\cdot 1=$	**3p**
	$=3-0=3$	**2p**
b)	$B(8)-3B(2)=\begin{pmatrix}8 & 0\\ -1 & 6\end{pmatrix}-3\begin{pmatrix}2 & 0\\ -1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 2 & 6\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=2\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 3\end{pmatrix}=2A$	**2p**
c)	$A\cdot B(x)=\begin{pmatrix}x & 0\\ x-3 & 3x-6\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\begin{pmatrix}x & 0\\ x-3 & 3x-6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x & 0\\ -1 & x-2\end{pmatrix}$, de unde obținem $x=2$	**2p**
2.a)	$f=X^3-2X^2-2X+3\Rightarrow f(1)=1^3-2\cdot 1^2-2\cdot 1+3=$	**3p**
	$=1-2-2+3=0$	**2p**

b)	$x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=-2$ și $x_1x_2x_3=-m\Rightarrow x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1+x_1x_2x_3=-2-m$	**3p**
	$-2-m=1$, de unde obținem $m=-3$	**2p**
c)	$f(-2)=m-12$, pentru orice număr real m	**2p**
	$m-12=0$, de unde obținem $m=12$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{3\left(x^2+1\right)-3x\cdot 2x}{\left(x^2+1\right)^2}=$	**3p**
	$=\dfrac{3-3x^2}{\left(x^2+1\right)^2}=\dfrac{3\left(1-x^2\right)}{\left(x^2+1\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x}{x^2+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3}{x\left(1+\dfrac{1}{x^2}\right)}=0$	**3p**
	Dreapta de ecuație $y=0$ este asimptota orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	**2p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=-1$ sau $x=1$	**2p**
	$f'(x)\le 0$, pentru orice $x\in(-\infty,-1]\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(-\infty,-1]$; $f'(x)\ge 0$, pentru orice $x\in[-1,1]\Rightarrow f$ este crescătoare pe $[-1,1]$; $f'(x)\le 0$, pentru orice $x\in[1,+\infty)\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[1,+\infty)$	**3p**
2.a)	$\int_0^1\left(f(x)-1\right)dx=\int_0^1 2x^2dx=\dfrac{2x^3}{3}\Big\vert_0^1=$	**3p**
	$=\dfrac{2\cdot 1^3}{3}-\dfrac{2\cdot 0^3}{3}=\dfrac{2}{3}$	**2p**
b)	$\int_0^2\dfrac{4x}{f(x)}dx=\int_0^2\dfrac{4x}{2x^2+1}dx=\int_0^2\dfrac{\left(2x^2+1\right)'}{2x^2+1}dx=\ln\left(2x^2+1\right)\Big\vert_0^2=$	**3p**
	$=\ln 9-\ln 1=2\ln 3$	**2p**
c)	$\int_1^e f\left(\dfrac{1}{x}\right)\cdot\ln x\,dx=\int_1^e\left(\dfrac{2}{x^2}+1\right)\cdot\ln x\,dx=\int_1^e\left(-\dfrac{2}{x}+x\right)'\cdot\ln x\,dx=\left(-\dfrac{2}{x}+x\right)\cdot\ln x\Big\vert_1^e-\left(\dfrac{2}{x}+x\right)\Big\vert_1^e=3-\dfrac{4}{e}$	**3p**
	$3-\dfrac{4}{e}=2n^2+1-\dfrac{4}{e}$ și, cum n este număr natural, obținem $n=1$	**2p**