Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 5

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $4\cdot\left(1-\frac{4}{5}\right)+\frac{1}{5}=1$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+2$. Arătați că $f(0)\cdot f(1)=10$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x-3}=3^x$.

5p **4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, acesta să verifice inegalitatea $n^2\leq 23$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,3)$ și $B(4,0)$. Arătați că perimetrul triunghiului OAB este egal cu 12.

5p **6.** Arătați că $(1+2\cos 60^\circ)\cdot\sin 30^\circ=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x & 0\\ -1 & x-2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=3$.

5p **b)** Arătați că $B(8)-3B(2)=2A$.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $A\cdot B(x)=B(x)$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3-2X^2-2X+m$, unde m este număr real.

5p **a)** Pentru $m=3$, arătați că $f(1)=0$.

5p **b)** Determinați numărul real m pentru care $x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1+x_1x_2x_3=1$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Determinați numărul real m pentru care polinomul f este divizibil cu polinomul $X+2$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{3x}{x^2+1}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{3\left(1-x^2\right)}{\left(x^2+1\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Determinați intervalele de monotonie a funcției f.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2+1$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1\left(f(x)-1\right)dx=\frac{2}{3}$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^2\frac{4x}{f(x)}dx=2\ln 3$.

5p **c)** Determinați numărul natural n, știind că $\int_1^e f\left(\frac{1}{x}\right)\cdot\ln x\,dx=f(n)-\frac{4}{e}$.