Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Varianta 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $2\cdot(1,2+0,1)+0,4=3$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)-f(2)=a$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_8\left(x^2-5x+5\right)=\log_8 x$.

5p **4.** Determinați câte numere naturale impare, de două cifre distincte, se pot forma cu elementele mulțimii $A=\{1,3,4,6,8\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,8)$, $B(4,2)$ și C, mijlocul segmentului OA. Determinați coordonatele mijlocului segmentului BC.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB=8$ și $C=\frac{\pi}{4}$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 32.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}1&3\\1&3\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x-2&x-2\\x-4&x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(B(5))=12$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $(B(4)-B(2))\cdot A=aA$.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $\det(A\cdot B(x)-4xI_2)=0$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=x(x-2)+y(y-2)$.

5p **a)** Arătați că $3\circ 3=6$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $2\circ x=x^2+2$.

5p **c)** Arătați că $x\circ y\geq -2$, pentru orice numere reale x și y.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2\sqrt{x}-\frac{1}{x}-3$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{x\sqrt{x}+1}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că funcția f este bijectivă.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{4x}{x^2+1}$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^2\left(x^2+1\right)f(x)\,dx=6$.

5p **b)** Arătați că $\int_2^3 f(x)\,dx=2\ln 2$.

5p **c)** Determinați $m \in (1,+\infty)$ pentru care $\int_1^m \left(\frac{f\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}} \right)^3 dx = 6$.