Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{4}{3}=1$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-8$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)=0$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{3x-2}=1$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A=\{11,12,13,14,15,16,17,18,19,20\}$, acesta să aibă suma cifrelor egală cu 2.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,4)$ și $B(6,8)$. Arătați că $OA=AB$.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB=12$, $AC=8$ și punctul M mijlocul laturii AB. Arătați că $CM=10$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}x-1&2\\1&x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(2))=0$.

5p **b)** Arătați că $A(3)+2I_2=A(5)$.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $\det(A(x)+xI_2)=0$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=2x+2y-1$.

5p **a)** Arătați că $2\circ 1=5$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $x\circ(x+1)=5$.

5p **c)** Arătați că $x\circ x\le 4x^2$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-2\ln x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{x-2}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$ situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $\ln\left(\frac{x}{2}\right)\le\frac{x-2}{2}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x^2+1}$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^3\frac{1}{f(x)}dx=12$.

5p **b)** Arătați că $\int_2^3 2xf(x)dx=\ln 2$.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $\int_1^2\frac{e^x}{f(x)}dx=e(ae-a+1)$.