**Examenul național de bacalaureat 2025**
**Proba E. c)**

**Matematică *M_mate-info***

**BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE**

**Varianta 5**

***Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică***
***Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică***

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $2\left(\log_5 10-\log_5 2\right)+\log_5 25=2\log_5 5+\log_5 5^2=$ | **3p** |
| | $=2\cdot 1+2=4$ | **2p** |
| **2.** | $f\left(2+m\right)=m-2$, pentru orice număr real $m$ | **2p** |
| | $m-2=2-m$, de unde obținem $m=2$ | **3p** |
| **3.** | $2^{2x+1}=2^7$, de unde obținem $2x+1=7$ | **3p** |
| | $x=3$ | **2p** |
| **4.** | Cifra unităților se poate alege într-un singur mod | **2p** |
| | Cifra sutelor se poate alege în $5$ moduri și, pentru fiecare alegere a cifrei sutelor, cifra zecilor se poate alege în câte $4$ moduri, deci sunt $1\cdot 5\cdot 4=20$ de numere | **3p** |
| **5.** | $m_{BC}=3$, deci $m_d=3$ | **3p** |
| | Ecuația dreptei $d$ este $y-1=3\left(x-0\right)$, adică $y=3x+1$ | **2p** |
| **6.** | $\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$, $\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ | **3p** |
| | $E\left(\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}=0$ | **2p** |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $A(1)=\begin{pmatrix}1&1&-2\\0&1&1\\2&4&1\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(A(1)\right)=\begin{vmatrix}1&1&-2\\0&1&1\\2&4&1\end{vmatrix}=$ | **2p** |
| | $=1+0+2+4-4-0=3$ | **3p** |
| **b)** | $\det\left(A(a)\right)=\begin{vmatrix}a&1&-2\\0&a&1\\2&4&1\end{vmatrix}=a^2+2$, pentru orice număr real $a$ | **3p** |
| | $a^2+2\neq 0$, pentru orice număr real $a$, deci sistemul de ecuații are soluție unică, pentru orice număr real $a$ | **2p** |
| **c)** | $y_0=\frac{12-3a}{a^2+2}$, pentru orice număr real $a$ | **3p** |
| | $\frac{12-3a}{a^2+2}\geq 1$, de unde obținem $a\in\left[-5,2\right]$ | **2p** |
| **2.a)** | $6*7=4-\frac{1}{2}(6-4)(7-4)=$ | **3p** |
| | $=4-3=1$ | **2p** |

| | | |
|---|---|---|
| **b)** | $x*(x+4)=4-\frac{1}{2}(x-4)x$, pentru orice număr real $x$ | **2p** |
| | $4-\frac{1}{2}(x-4)x=6$, de unde obținem $x=2$ | **3p** |
| **c)** | $m*n*p=4+\frac{1}{4}(m-4)(n-4)(p-4)$, pentru orice numere naturale $m$, $n$ și $p$ | **3p** |
| | $4+\frac{1}{4}(m-4)(n-4)(p-4)=3\Leftrightarrow(m-4)(n-4)(p-4)=-4$ și, cum $m$, $n$ și $p$ sunt numere naturale cu $m<n<p$, obținem tripletele $(2,5,6)$ și $(3,5,8)$ | **2p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $f'(x)=\sqrt{x^2+2}+(x-5)\cdot\frac{2x}{2\sqrt{x^2+2}}=$ | **3p** |
| | $=\frac{x^2+2+x^2-5x}{\sqrt{x^2+2}}=\frac{2x^2-5x+2}{\sqrt{x^2+2}}$, $x\in\mathbb{R}$ | **2p** |
| **b)** | $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$ sau $x=2$ | **2p** |
| | Pentru orice $x\in\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$, $f'(x)\geq 0$, deci $f$ este crescătoare pe $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$, pentru orice $x\in\left[\frac{1}{2},2\right]$, $f'(x)\leq 0$, deci $f$ este descrescătoare pe $\left[\frac{1}{2},2\right]$ și, pentru orice $x\in[2,+\infty)$, $f'(x)\geq 0$, deci $f$ este crescătoare pe $[2,+\infty)$ | **3p** |
| **c)** | $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2-5x}{f(x)}\right)^x=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1-\frac{2}{x^2+2}\right)^{\frac{x}{2}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\left(1-\frac{2}{x^2+2}\right)^{-\frac{x^2+2}{2}}\right)^{-\frac{x}{x^2+2}}=$ | **3p** |
| | $=e^{\lim\limits_{x\to+\infty}-\frac{x}{x^2+2}}=e^0=1$ | **2p** |
| **2.a)** | $\int_1^2\left(f(x)-\ln^2 x\right)dx=\int_1^2\left(8x^3+1\right)dx=\left(2x^4+x\right)\Big\vert_1^2=$ | **3p** |
| | $=34-3=31$ | **2p** |
| **b)** | $\int_1^e\frac{f(x)-8x^3-1}{x}dx=\int_1^e\ln^2 x\cdot(\ln x)'dx=\frac{\ln^3 x}{3}\Big\vert_1^e=$ | **3p** |
| | $=\frac{\ln^3 e}{3}-\frac{\ln^3 1}{3}=\frac{1}{3}$ | **2p** |
| **c)** | $I_n=\int_1^{e^2}\frac{x(\ln x)^n}{1+\ln^2 x}dx$, $I_{n+2}+I_n=\int_1^{e^2}\frac{x(\ln x)^{n+2}+x(\ln x)^n}{1+\ln^2 x}dx=\int_1^{e^2}x(\ln x)^n\,dx$, pentru orice număr natural nenul $n$ | **3p** |
| | Pentru orice $x\in\left[1,e^2\right]$, $\ln x\leq 2$, de unde obținem $I_{n+2}+I_n\leq 2^n\int_1^{e^2}xdx=2^{n-1}\left(e^4-1\right)$ | **2p** |