Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $i(6-i)+3(3-2i)=10$, unde $i^2=-1$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4x$. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $7^{3x-2}=7^{-x}\cdot 49$.

5p **4.** Determinați câte numere naturale impare, de două cifre distincte, se pot forma cu cifre din mulțimea $A=\{2,3,4,5,8,9\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,2)$, $B(7,4)$ și C, astfel încât A este mijlocul segmentului BC. Determinați lungimea segmentului OC.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB=2$ și $BC=4$. Arătați că $AD=\sqrt{3}$, unde AD este înălțime a triunghiului ABC.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}x-2 & -1-x\\ 3x & x+4\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(2))=18$.

5p **b)** Arătați că matricea $B=4I_2-A(1)$ este inversa matricei $A(1)$.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $12X-3A(1)\cdot X=A(5)$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3+2X^2+mX+4$, unde m este număr real.

5p **a)** Pentru $m=2$, arătați că $f(-2)=0$.

5p **b)** Pentru $m=1$, determinați restul împărțirii polinomului f la polinomul $g=X+1$.

5p **c)** Determinați rădăcinile polinomului f, știind că produsul a două dintre acestea este egal cu 1.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+3x+1}{x+1}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{x^2+2x+2}{(x+1)^2}$, $x\in(-1,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că funcția f este concavă.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^2+4+e^x$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^1\left(f(x)-3x^2\right)dx=e+3$.

5p **b)** Arătați că $\displaystyle\int_0^2\frac{x}{f(x)-e^x}dx=\frac{\ln 2}{3}$.

5p **c)** Se consideră $G:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, o primitivă a funcției $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=f\left(x^2\right)-3x^4$. Știind că $\int_0^1 G(x)\,dx=\frac{1-e}{2}$, arătați că $G(1)=2$.