Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 5

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\left(1+\frac{1}{5}\right):2+\frac{2}{5}=1$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4-2x$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)=2\cdot f(1)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{6x+7}=5$.

5p **4.** Se consideră mulțimea $A=\{11,12,13,14,15,16,17,18,19,20\}$. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea A, acesta să fie multiplu de 4.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(2,6)$ și C, mijlocul segmentului AB. Arătați că $OC=3\sqrt{2}$.

5p **6.** Arătați că $2(\sin 60^\circ)^2+\sin 45^\circ\cdot\cos 45^\circ=2$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $M(a)=\begin{pmatrix}2a & a-1\\ a+1 & a+3\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(M(2))=17$.

5p **b)** Arătați că $4M(2)-M(5)=3M(1)$.

5p **c)** Demonstrați că numărul $N=\det(M(0)\cdot M(n)-M(1)\cdot M(0))$ este pătratul unui număr natural, pentru orice număr natural n.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=3x-2y+xy$.

5p **a)** Arătați că $2\circ 2=6$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $3\circ x=3$.

5p **c)** Determinați numerele întregi m pentru care $(-m)\circ m>m\circ m$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+3x^2-24x+21$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=3(x-2)(x+4)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-f(x)}{x^2-x}=18$.

5p **c)** Demonstrați că $-28\le x^3+3x^2-24x\le 80$, pentru orice $x\in[-4,3]$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x-4$.

5p **a)** Arătați că $\int_{-1}^{1}(f(x)+4)\,dx=0$.

5p **b)** Arătați că $\int_{1}^{4}\dfrac{1}{\sqrt{f(x)}}\,dx=\dfrac{6}{5}$.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $\int_{1}^{e}\dfrac{f(ax)}{x}\cdot\ln x\,dx=8$.